

3. Ecuaciones de segundo grado

Definición. Tipos

Una **ecuación de segundo grado con una incógnita** es una igualdad algebraica que se puede expresar en la forma: $ax^2 + bx + c = 0$, siendo **a**, **b** y **c** números reales y **a** ≠ 0.

- Los **coeficientes** de la ecuación son a y b. El **término independiente** es c.
- Si $b \neq 0$ y $c \neq 0$, se dice que la ecuación es **completa**.
- Si $b=0$ ó $c=0$ la ecuación es **incompleta**.

Ecuación de segundo grado **completa**: $3x^2 + 4x + 2 = 0$

$$a=3 ; b=4 ; c=2$$

Ecuación de segundo grado **incompleta**: $3x^2 + 2 = 0$

$$a=3 ; b=0 ; c=2$$

Resolución de $ax^2+bx=0$

La ecuación de segundo grado **incompleta** del tipo $ax^2+bx=0$ tiene dos soluciones: $x_1=0$ y $x_2=-b/a$

Se resuelve sacando factor común a la x e igualando los dos factores a cero.

$$3x^2 + 9x = 0$$

$$x(3x + 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 9 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

Resolución de $ax^2+c=0$

La ecuación de segundo grado **incompleta** del tipo $ax^2+c=0$, puede no tener solución ó tener dos soluciones distintas de la forma $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

$$3x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

Resolución de $ax^2+bx+c=0$

La ecuación de segundo grado **completa** es una igualdad algebraica que se puede expresar de la forma $ax^2+bx+c=0$, siendo a, b y c números reales y **a** ≠ 0

Para obtener las soluciones utilizamos la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Suma y Producto de las raíces

Si x_1 y x_2 son las raíces de una ecuación de segundo grado $ax^2+bx+c=0$, estas cumplen las siguientes propiedades :

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} ; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Las raíces son $x=3$ y $x=2$

$$x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5 = \frac{-(-5)}{1}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 3 = 6 = \frac{6}{1}$$